

一种有腿机器人步态轨迹生成算法

徐 凯, 陈小平

(中国科学技术大学 计算机科学技术系, 安徽 合肥 230027)

E-mail: kaixu@mail.ustc.edu.cn

摘 要: 目前存在一类有腿机器人, 由于其底层动力学控制参数难于获取, 行走设计无法使用已有的控制方法, 现有的基于建模的步态存在缺乏完善规划, 固定规划步态与实际步态相差较大的问题。针对这个问题, 提出一种使用曲线拟合生成步态轨迹的想法, 通过引入遗传算法, 让机器人能自主的搜索良好的行走步态轨迹, 在四足步行机器人平台上取得了良好的实验结果。

关键词: 有腿机器人; 机器人步态轨迹规划; 曲线拟合; 遗传算法

中图分类号: TP242.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-1220(2008)05-0854-05

A Gait Generation Algorithm for Legged Robots

XU Kai, CHEN Xiao-ping

(Department of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: Planning a good gait locus for some legged robots is a very difficult task because the lack of dynamic parameters. It is often done manually by building a model in a laborious way and there is the lack of research in automatic gait locus planning. Bearing this problem in mind, this article presents a gait locus planning method using inverse kinematics while incorporating genetic algorithms. Using quadrupled robots as a platform for evaluation, this method is shown to be able to generate a good gait locus for legged robots.

Key words: legged robot; robot gait locus planning; curve fitting; genetic algorithms

1 引言

有腿机器人具有广泛的应用范围, 与轮式机器人相比, 有腿机器人更加适应于复杂的地形并且具有更加灵活的运动方向和速度变化范围^[1], 因而得到了研究人员的广泛关注。理论上, 使用动力学模型来描述并规划有腿机器人的运动可以获得优异的性能。Pratt 于 1995 年^[2]总结了 7 条有腿机器人的运动控制具有的难点: 非线性化的操作空间, 受重力场影响, 工作在复杂环境下, 状态通常是不稳定的, 多人多出的控制, 时变的动态特性以及连续控制和离散控制相结合的控制要求。因此有腿机器人的动力学方程具有非线性、时变、高阶和强耦合的特点, 现有的数学模型和解析算法不足以得到完整且精确的步态解。

目前, 对有腿机器人步态的基本研究思路可以分为基于仿生学原理和基于动态控制原理两种^[3]。基于仿生学原理算法的可行性完全依赖于机器人的具体步态数据, 不具适用性; 基于动态控制原理的模型控制和非模型控制则需要通过动力学控制参数直接控制机器人平台底层(如关节扭矩等), 以满足相应的机器人步行控制模型或机器人步行运动的约束条件, 如果机器人平台的底层信息不完备, 那么动态控制原理也无法直接使用。作为国际水平最高的有腿机器人足球赛事的 RoboCup^[4,5]四腿机器人足球赛的标准平台, 索尼公司的四腿

机器人 AIBO ERS-7^[6]的步行控制就存在上述难点。目前主流的研究方法是对机器人腿部建模, 然后以给定轨迹曲线规划机器人的步态来实现机器人的步行控制^[7,8]。但他们的工作中缺乏对如何得到机器人行走的最优步态估计的考虑, 只是使用了固定形态的步态, 难以保证在各种不同的条件和环境下都达到较好的效果。

针对上述问题, 我们在机器人腿部建模解算逆运动学的基础上, 提出了曲线拟合机器人步态轨迹的思想, 在机器人的肢体运动空间内自主拟合机器人的步态轨迹, 同时通过引入精英保留算子的遗传算法进行搜索优化, 得到稳定的机器人步态。通过实验证明, 应用本算法的 AIBO 机器人得到了表现良好的步态。

2 基于曲线拟合的运动设计

2.1 AIBO 机器人的腿部模型及逆运动学

由于 AIBO 机器人的腿部模型都存在规划轨迹与实际轨迹不一致同时模型参数难以精确测量的问题, 采用了图 1 所示(见下页)段线建模机器人腿部^[7]并解算逆运动学的方法, 步态轨迹的规划采用 2.2 节提出的曲线拟合方法来求解。

图 1 中, OD 与 OA 分别表示 AIBO 机器人的上臂和下臂。建立坐标系 $Oxyz$, 原点在肩关节, x 轴为水平方向, z 轴为

收稿日期: 2007-01-25 基金项目: 国家自然科学基金项目(60275024)资助; 国家基金委与澳大利亚科技部联合项目“中澳自主机器人合作研究”(CH050103)资助。 作者简介: 徐 凯, 男, 1979 年生, 博士研究生, 研究方向为机器学习、自主机器人、机器人行为规划; 陈小平, 男, 1955 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为人工智能、多主体系统、自主机器人。

竖直方向, y 轴为垂直于 xz 平面向外的方向, OC 与 z 方向的夹角为 θ_1 , OB 与其在 xz 平面上的投影 OC 的夹角为 θ_2 , OD 与 AD 的夹角为 θ_3 , 取点 A 为 AIBO 机器人腿部轨迹的规划参考点, ΔODA 中通过逆运动学解算得到:

$$\theta_3 = \cos^{-1}((x_A^2 + y_A^2 + z_A^2 - l_1^2 - l_2^2) / (2l_1 l_2)) \quad (1)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1}((y_A / (l_1 + l_2 \cos(\pi - \theta_3))) \quad (2)$$

令 $u = l_2 \sin(\pi - \theta_3)$, $v = l_1 + l_2 \cos(\pi - \theta_3)$ 则

$$\theta_1 = \pm \cos^{-1}((z v \cos \theta_2 + u x) / (u^2 + v^2 \cos^2 \theta_2)) \quad (3)$$

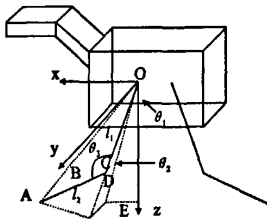


图 1 AIBO 机器人的腿部模型

Fig. 1 Model of AIBO legs

AIBO 机器人后腿的逆运动学解算可以类似得到. 由于实际行走中机器人的位姿不断变化, 其自身坐标系不能与世界坐标保持随时一致, 因此需要将步态规划参考点从世界坐标系转换到机器人自身坐标系.

2.2 曲线拟合的步态设计

在进行机器人步态规划时, 如果不清楚机器人平台的动力学特点, 通常只能假设机器人肢体的驱动装置能够提供足够大的功率来满足运动所需要的加速和减速. Stronger 和 Stone 在这方面进行了研究^[9], 他们的研究表明, 由于 AIBO 机器人的电机刚度有限, 难以实时响应运动指令, 同时由 2.1 的逆运动学解算可知机器人肢体运动范围也有限制, 如图 2 所示. 所以简单规定机器人步态轨迹的方法会导致实际轨迹和规划轨迹之间存在较大差异, 而这种差异影响了机器人行走性能提高.

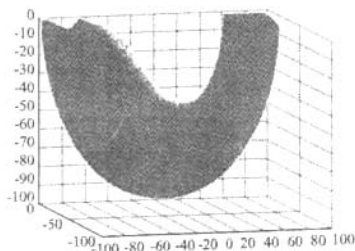


图 2 AIBO 机器人行走时腿部 3 维运动空间示意图

Fig. 2 The 3D Walking Movement Range of AIBO Leg

考虑到机器人实际行走时步态轨迹必定在其腿部运动空间范围内, 我们提出在运动空间内采样可能的轨迹点集 $Q = \{(x_i, y_i, z_i)\}_{i=0}^m$, 采用曲线拟合得到行走步态轨迹 $z = f(x,$

$y)$, 以避免传统规划轨迹的不足. 为降低在 3 维空间中拟合曲线的计算量以保证机器人可以实时得到轨迹点的坐标, 我们采用了在 3 维空间的两个投影平面 $x-z, x-y$ 上分别拟合步态曲线, 以 x 坐标建立投影面间的关系, 以得到等效 3 维空间步态曲线. 拟合曲线的表达式采用常用的多项式拟合曲线 $y=Q(x), Q(x)$, 为首项系数不为 0 的多项式. 设 $Q(x) = a_0 + a_1 x + \dots + a_n x^n$, 则根据曲线拟合的原理可得:

$$\begin{pmatrix} m+1 & \sum_{i=0}^m x_i & \sum_{i=0}^m x_i^2 & \dots & \sum_{i=0}^m x_i^m \\ \sum_{i=0}^m x_i & \sum_{i=0}^m x_i^2 & \sum_{i=0}^m x_i^3 & \dots & \sum_{i=0}^m x_i^{m+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=0}^m x_i^m & \sum_{i=0}^m x_i^{m+1} & \sum_{i=0}^m x_i^{m+2} & \dots & \sum_{i=0}^m x_i^{2m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^m y_i \\ \sum_{i=0}^m x_i y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^m x_i^m y_i \end{pmatrix} \quad (4)$$

其中 $\{(x_i, y_i)\}_{i=0}^m$, 为采样点集在 $x-y$ 平面上的投影, a_0, a_1, \dots, a_n 为所求拟合曲线的参数, 求解(4)即可得到所求拟合曲线. $x-z$ 平面上的拟合曲线类似可得, 这样就得到了 3 维空间中机器人腿部步态轨迹拟合曲线的表达. 为保证步态曲线完整性, 在采样点集上进行分段曲线拟合, 同时为曲线避免抖动, 多项式次数不应超过 3 次.

2.3 步态轨迹的表达

在机器人行走过程中, 其步态不仅由步态轨迹设计决定, 也与机器人的行动指令相关, 为实现机器人灵活的行走控制, 不能简单的只规划固定步长的步态. 因此, 在进行曲线拟合的步态设计时, 我们使用了 x, y, z 平面上缩放因子来代替实际的空间点坐标进行曲线拟合. 考虑到步态的对称性, x', y' 的取值范围为 $[-1, 1]$, z' 的取值范围为 $[-0.5, 0.5]$, 表 1 为一组

表 1 一组实验得到的缩放因子

Table 1 Scale coefficients

$x-y$ 平面		$x-z$ 平面	
x'	y'	x'	z'
0.1659	-0.69317	0.21174	-0.48866
0.22636	-0.77841	0.46324	-0.45009
-0.4149	0.8994	-0.63387	-0.38672
-0.45994	0.91452	-0.15564	-0.49391
-0.39329	0.89099	-0.98764	-0.07836
-0.9759	0.98485	-0.49236	0.4352
-0.83203	0.9782	-0.26395	0.48227
0.78689	-0.97362	0.48079	0.43842
0.89633	-0.98393	0.55257	0.41673
0.06098	-0.3691	0.99119	0.06621

通过实验得到的拟合步态轨迹的缩放因子点集. 在实际使用时候, 将行走命令 (v_x, v_y, v_z) 乘以拟合步态曲线计算得到的缩放因子就可以得到相应的实际行走轨迹. 由于采用缩放因子代替实际空间点计算, 式(4)中 a_1, a_2, \dots, a_n 的系数矩阵为病态矩阵, 即实际计算的舍入误差会引起结果的较大偏差, 必须精确求解式(4), 以得到参考采样参考点集上的准确拟合步态轨迹.

3 基于遗传算法的步态生成

由于机器人步态无法在机器人实际行走之前得到检验,机器人肢体运动空间的每一个点都可以作为拟合步态轨迹的参考点.因此我们需要在运动空间中生成数目近乎无限的步态轨迹并在其中进行选择,这对任何机器人平台都是不可接受的.传统的寻优算法存在如只能寻找局部最优,或要求目标函数存在且连续可微,以及计算效率低下等缺陷,而基于自然选择和遗传机制的遗传算法(GA)^[10,11]则可以有效克服缺陷.遗传算法把搜索空间映射为解空间, n 个染色体构成群体 P ,按照预定的适应度函数对每个染色体进行及时评价,根据“适者生存”的原则,保存优者,淘汰劣者,使群体逐步收敛于最优解.因此,遗传算法非常适合解决拟合步态中面临的近乎无穷集合的寻优问题.

3.1 个体表示设计

如果直接对拟合步态的表达式 $Q(x)$ 进行编码并进行遗传操作,则很难保证其结果在机器人肢体运动范围内,导致其姿态不可控.我们直接对拟合曲线的参考点集进行编码,采用了浮点数的表示方法,个体长度由参考点个数决定,表示为 $P_i = ((x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n))$,其中 n 为参考点个数, i 为种群规模.

3.2 基于精英保留的选择策略

经典遗传算法中的选择算子如赌轮法通常是根据适应度函数的大小界定选择概率.但是当种群接近收敛时,个体之间适应度函数值相差较小,直接根据适应度函数值选择概率会导致更优良的串在竞争中体现不了优势,且一旦计算适应度函数的参数出现较大误差,将会对整个种群产生极大的影响,致使遗传算法的求解精度降低.由此,本文采用了基于精英保留的选择策略:

a. 计算整个种群的适应度函数值的平均值 F_{avg} ;

b. 将种群中适应度函数值大于 F_{avg} 的个体与精英池中个体进行比较,保留好的个体;

c. 对种群采用轮盘赌方法进行选择操作;

该策略在选择过程中保留每一代的个体精英,使算法一直能够有较好的种群而避免因收敛或是参数误差等原因造成的种群退化.

3.3 交叉和变异

交叉和变异是遗传算法中最重要的两个遗传算子,可以把优良的信息传递到下一代.在遗传算法的寻优过程中,由于随机产生的初始种群具有多样性,为了提高收敛速度,交叉概率应比较大,而变异概率比较小;随着寻优过程的进行,为避免算法“早熟”,应减小交叉概率而增加变异概率,以保证整个群体的多样性.

交叉算子采用双亲线性组合的设计:

$$child = father * factor + mother * (1 - factor) + noise \quad (4)$$

$factor$ 是根据双亲适应度计算得到的线性比例, $noise$ 是噪声因子,其分布为双亲之间的线性分布,避免双亲适应度评估的误差对个体造成倾向性影响.

变异有一致变异算子和非一致变异算子两种设计;

一致变异算子为:

$$v = v + (r - 0.5) \times factor \times (\max - \min) \quad (5)$$

非一致变异算子:

$$v = v + factor \times (\max - \min) \times \sqrt{-2 \times \log(r)} \times \sin(2\pi \times r) \quad (6)$$

式(5)和式(6)中: r 是0到1的随机数, $factor$ 是取值范围影响因子, \max 和 \min 分别是 v 的最大和最小取值.一致变异算子允许算法一致的搜索整个解空间,用于算法没有任何初始个体输入时;非一致变异的算子则用于算法有较好的初始个体,帮助算法着重搜索局部空间以较快收敛到最优解.

3.4 适应度函数及收敛条件

机器人行走过程中对步态的要求可以体现在对行走速度、行走稳定性以及其它设备稳定工作的影响上,一个好的步态能够实现机器人快速稳定的行走,同时机器人的其余设备能保持正常工作,所以适应度函数设计为:

$$F = v - \varnothing - \varphi - \delta \quad (7)$$

其中, v 为机器人行走中 x 直线方向的平均行走速度; $\varnothing = c_1 E(\Delta y) + c_2 E(\Delta \theta)$, $E(\Delta y)$ 和 $E(\Delta \theta)$ 分别为行走中机器人 y 方向和转角的误差均值; $\varphi = c_3 (E(z) - z_0)$,表示机器人行走时候的震动, z_0 和 z 分别代表机器人静止和行走时机器人自身陀螺仪的读数; $\delta = c_4 \times Vision_{loss}$, $Vision_{loss}$ 表示行走过程中机器人摄像头的失帧数.由于适应度函数的各个参数在不同的机器人平台上的物理表达不同,所以系数 $c_1 \dots c_4$ 需要根据实际要求评估获取,在AIBO机器人上的一组取值如表2所示,其中 n 表示机器人摄像头采集信息的次数:

表2 AIBO机器人适应度函数的评估系数

Table 2 Fitness coefficients of AIBO

c_1	c_2	c_3	c_4
0.123	8	10^{-5}	$20/n$

收敛条件:由于机器人的行走性能极限于确定,考虑常见的遗传算法收敛条件,我们将设定适应度阈值、控制遗传操作执行的代数以及精英个体的变化率相结合作为算法收敛的条件,当某一代有个体的适应度达到设定适应度阈值,同时精英保留池在设定的代数内没有变化,或遗传操作的进化代数已经达到指定数目,可以认为算法已经收敛,但是仍然需要对结果分析以确定是否需要继续运行算法以优化结果.

3.5 算法描述

Step 1. 确定机器人步态轨迹空间范围;

Step 2. 取得 n 个个体中机器人行走个阶段关键点的缩放因子(随机获取或人工指定);

Step 3. 拟合每个个体表示的步态轨迹,对无法拟合的个体采用变异后再拟合的方法,同时初始化精英池;

Step 4. 机器人通过实际行走对所有个体的步态进行评估;

Step 5. 进行相关收敛条件判定,若已满足收敛条件则转向Step7;否则转向Step6;

Step 6. 对群体进行遗传操作,在执行选择算子时若精英

池无更新则记录连续无变化的次数;转向 Step3;

Step 7. 算法停止;得到当前初始条件和收敛条件下的最优机器人步态;

铃木(1995年)^[12]从马尔可夫(Markov)链角度对遗传算法(SGA)进行了分析,证明其以概率收敛到最优解。所以,为得到实际机器人平台的较好行走步态,可能需要多次运行算法。

4 实验、结果及分析

4.1 实验环境

本文以索尼公司的四足机器人 AIBO ERS-7 作为实验平台对所提出的算法进行了实验,实验环境如图 3 所示。机器人

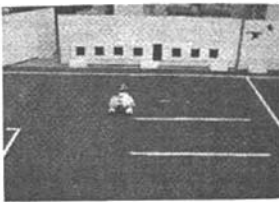


图 3 实验环境设置

Fig. 3 The experiment environment

内置 576MHz 的处理器,32M 内存,以 16M 记忆棒为外存储器,头部搭载一个 CMOS 摄像机器,每秒提供 32 帧的 YUV 彩色图像,机器人内部装有一个陀螺仪,每秒更新 32 次信息。实验中,使用机器人本身摄像头获取的黑白块位置信息以及由正运动学得到的机器人位移信息作为距离判断依据,算法的所有处理过程均在机器人上进行,除更换电池外没有人为干涉,经过测定,静止状态下机器人对距离的判定误差仅为 2cm,稳定运动时由运动模糊导致距离测量值有 15% 左右的误差。

4.2 实验方案及结果

4.2.1 固定步态和拟合步态对比实验

机器人在同等条件下分别采用矩形步态和拟合步态进行直行实验。其中矩形步态规划由指定矩形的 4 个顶点确定;拟

表 3 步态直行实验结果数据表

Table 3 The straight walking experiment results

	初始速度	结束速度
矩形步态	250±20mm/s	310±20mm/s
拟合步态	250±20mm/s	370±20mm/s

合步态则是分别在 $x-z$ 、 $x-y$ 平面内各取 12 个缩放因子点,根据缩放因子的相对位置关系,按照有腿机器人腿部分别处于支撑相阶段和摆动相阶段,采用 4 段 2 次曲线拟合步态轨迹。

行走时机器人根据行走周期和行走指令计算当前腿部位置,行走周期根据系统电机响应时间获得,行走指令在实验开始前指定。为防止拟合曲线带来的轨迹抖动,需要对计算得到的缩放因子进行越界检查。3 个小时之后,我们得到了如下的实验结果(其中行走速度为机器人稳定行走即时速度取平均,误差项为估计测量误差)。

实验结果表明,同等条件下,拟合步态使机器人达到了更快的直行速度。

4.2.2 拟合步态细化对比实验

在前面的实验条件下,将 $x-z$ 平面的缩放因子增加到 24 个点,按照机器人腿部运动处于支撑相、抬腿相、摆动相、落腿相进行步态拟合,以 8 段 2 次拟合曲线封闭构成步态轨迹,重复进行实验,结果如表 4 所示。

表 4 拟合步态对比直行实验结果数据表

Table 4 The contrast straight walking experiment results

	初始速度	结束速度
4 段曲线拟合步态	250±20mm/s	382±20mm/s
8 段曲线拟合步态	250±20mm/s	455±20mm/s

我们还试图进行更多数目的曲线实验,但由于 AIBO 机器人的实时运算能力和机械能力有限,难以支持包括图像处理在内的多个模块更复杂的实时计算,更进一步的试验没能继续。

4.2.3 拟合步态的性能分析实验

将上面实验中的 8 段曲线拟合步态得到的步态分别用矩形步态和随机步态分别代替进行了实验,结果如表 5 所示。

表 5 拟合步态性能分析实验结果数据表

Table 5 The straight walking experiment results for analyzing the performance of fitting curve gait

	行走速度
8 段曲线步态	455±20mm/s
随机曲线步态	375±20mm/s
矩形步态	388±20mm/s

由表 5 可以得出,在同等条件下,应用本文算法得到的拟合曲线步态比矩形步态有 17.3% 的性能提升,而随机拟合的曲线步态相对矩形步态有 3.5% 的性能下降。

4.3 实验结果总结及对比

从上面 3 类实验结果可以看出,本文的拟合步态轨迹算法在给定条件下能得到 AIBO 机器人表现良好的步态轨迹。澳大利亚新南威尔士大学(UNSW)的研究人员也在同样的领域进行研究²,以给定的步态轨迹为基础进行梯度搜索优化,2004 年得到 AIBO ERS-7 的行走速度为 340mm/s,2005 年为 430mm/s,如图 4 所示(见下页)。这说明,相对于固定步态,本文提出算法更加实用和高效。

¹ 实验过程演示 video 从 <http://ai.ustc.edu.cn> 下载或联系作者。

² RoboCup Thesis2005-weiming.pdf. <http://www.cse.unsw.edu.au/>

5 结论及今后的工作

对于机器人行走的步态轨迹的描述和生成,本文在机器人腿部建模逆运动学结算的基础上,从理论上提出使用曲线拟合生成机器人步态轨迹曲线的思想,通过运用遗传算法,让机器人在具有近乎无穷解的肢体运动空间中自主搜寻步态曲线的最优解.实验证明,该方法能够自适应的拟合生成有腿机器人步态轨迹曲线,在经过多次搜索优化后能得到稳定的表现良好的机器人步态轨迹.

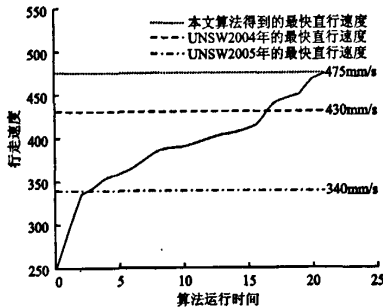


图4 本文算法和 UNSW 优化的结果对比

Fig. 4 The contrast of proposal algorithms and UNSW result

由于遗传算法仅以概率收敛到最优解,在以后的研究中,我们将探寻有腿机器人行走步态在实际行走三维空间中的分布状况,引入更多的信息,同时自适应的调整交叉和变异的概率,以搜寻最优的行走步态轨迹曲线.应用本文算法得到的机器人的步行设计仍然需要通过实际行走进行标定,因此进一步需要研究如何在机器人生成步态的过程中同时实现行走标定.

References:

[1] Christian Ridderström. Legged locomotion, balance, control and tools—from equation to action [D]. Ph. D, Royal Institute of

Technology, Sweden. 2003.

- [2] Pratt J E. Virtual model control of a biped walking robot [D]. Master, Cambridge, MA, Massachusetts Institute of Technology, 1995.
- [3] Hu Ling-yun, Sun Zeng-qi. Survey on gait control strategies for biped robot [J]. Journal of Computer Research and Development, 2005, 42(5):728-733.
- [4] Kitano H, Asada M, Osawa E, et al. RoboCup; a challenge problem for AI [J]. AI Magazine, 1997, 18(1):73-85.
- [5] Chen Xiao-ping. The evolution of international RoboCup [J]. Robot Technique and Application, 2001, (1):25-28.
- [6] The Sony AIBO Robots [EB/OL]. <http://www.aibo.com>.
- [7] Thomas Rófer. Germanteam RoboCup 2004. Tech report [EB/OL]. <http://www.germanteam.org>. 2004-12-3.
- [8] Zheng (David) Wang. rUNSWift RoboCup 2002. Tech report [EB/OL]. <http://www.cse.unsw.edu.au>. 2002-11-5.
- [9] Daniel Stronger, Peter Stone. A model-based approach to robot joint control [A]. In Daniele Nardi, Martin Riedmiller, and Claude Sammut, editors, RoboCup2004; Robot Soccer World Cup VIII [C]. Berlin; Springer Verlag, 2005, 297-309.
- [10] Chen Guo-liang, Wang Xu-fa, Zhuang Zhen-quan, et al. Genetic algorithms and applications [M]. Beijing: Post&Telcom Press, 1996 (in Chinese).
- [11] Tom M. Mitchell. Carnegie-mellon university. Machine Learning [Z]. McGraw-Hill Companies, Inc. 1997.
- [12] Suzuki J. A markov chain analysis on simple genetic algorithms [J]. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern., Apr. 1995, 25(4): 655-659.

附中文参考文献:

- [3] 胡凌云, 孙增圻. 双足机器人步态控制研究方法综述 [J]. 计算机研究和发展, 2005, 42(5):728-733.
- [5] 陈小平. 国际机器人足球 (RoboCup) 最新进展 [J]. 机器人技术与应用, 2001, (1):25-28.
- [10] 陈国良, 王熙法, 庄镇泉, 等. 遗传算法及其应用 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 1996.